ТРУДЫ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ИНСТИТУТА
ПРИ ПЕРМСКОМ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ им. А. М. ГОРЬКОГО

Том XII 1969 Вып. 2

И. Г. Шапошников

К ВОПРОСУ ОБ УРАВНЕНИИ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ МАГНИТНОГО МОМЕНТА ПАРАМАГНЕТИКА

Проведено сравнение разных феноменологических уравнений движения для магнитного момента парамагнетика в переменном магнитном поле.

1. Первая попытка написать, исходя из полуфеноменологических соображений, уравнение движения для магнитного момента парамагнетика, помещенного в переменное магнитное поле $\vec{H}=\vec{H}_0+\vec{\eta}(t)$, была сделана Блохом (1):

$$\dot{\vec{M}} = \gamma(\vec{M}\times\vec{H}) - T_2^{-1}(M_x\vec{i}+M_y\vec{j}) - T_1^{-1}(M_z-\chi_0 H_0)\vec{k} \tag{1}$$

(обозначения обычные, $\vec{H}_0=(0,\ 0,\ H_0)$). Как известно, уравнение Блоха во многих случаях оказалось полезным при теоретическом обсуждении экспериментов по ядерному и электронному парамагнитному резонансу, в других же случаях получаемая при помощи этого уравнения теоретическая картина явлений не соответствовала опыту. Чтобы устранить это несоответствие, были предложены другие уравнения, получившие название модифицированных уравнений Блоха; из литературы известны два таких уравнения (см. (2)):

с одним временем релаксации

$$\dot{\vec{M}} = \gamma(\vec{M}\times H) - T'^{-1}(\vec{M}-\chi_0\vec{H}) \tag{2}$$

и с двумя временами релаксации.

$$\dot{\vec{M}} = \gamma(\vec{M}\times\vec{H}) - T_2^{-1}\vec{M} + T_1^{-1}\chi_0\vec{H} + (T_2^{-1}-T_1^{-1})(\vec{M}\cdot\vec{H})H^{-2}\vec{H}. \tag{3}$$

В уравнениях (1)—(3) χ_0 есть статическая восприимчивость парамагнитного тела при температуре T_0 термостата, в котором предполагается находящимся это тело (нужно, впрочем, заметить, что этот смысл χ_0 нигде явно не указывается — просто говорят о некоторой одной температуре); при $T_1=T_2=T'$ уравнение (3) переходит в (2). Уравнения (2) и (3) действительно оказались пригодными в ряде случаев, когда уравнение (1) не годится; принято считать, что для больших значений H_0 постоянной части приложенного магнитного поля можно применять первоначальное уравнение Блоха (1), а для малых значений H_0 нужно обращаться к модифицированному уравнению (3) или к его частному случаю (2), если есть основания считать $T_1 = T_2$. Однако при этом обычно остается в тени то важное обстоятельство, что как первоначальное уравнение (1), так и его модификации (2) и (3) имеют общий существенный недостаток: ими в равной степени не учитывается один из возможных видов неравновесности состояний парамагнетика, а именно: неодинаковость температур T и T_l спин-системы и решетки. Феноменологическая теория, принимающая во внимание это обстоятельство, была дана почти одновременно с появлением работы Блоха (1) и значительно раньше, чем были предложены уравнения (2) и (3) (см. обзор (3)). Для случая, когда парамагнетик не обладает естественной анизотропией, при некотором простом варианте учета спин-решеточных взаимодействий (см. (3)) и в предположении $T_l = T_0$, основные уравнения этой теории таковы:

$$\dot{\vec{M}} = g(\vec{M} \times \vec{H}) - \tau_s^{-1} [\vec{M} - \chi_0(T)\vec{H}], \tag{4}$$

$$\dot{U} = -\alpha(T - T_0) + \vec{H} \cdot \dot{\vec{M}}, \tag{5}$$

где $U = U(T, \vec{H}, \vec{M})$ есть некоторая термодинамическая характеристика спин-системы, равная сумме макроскопической энергии спин-системы и величин, характеризующих взаимодействие спин-системы с решеткой и с приложенным магнитным полем; кинетические коэффициенты $\tau_s = \tau_s(T_0, H_0)$ и $\alpha = \alpha(T_0, H_0)$ определяют, соответственно, быстроту изменения магнитного момента под влиянием внутренних взаимодействий в спин-системе и быстроту обмена макроскопической энергией между спин-системой и решеткой; величина g, не зависящая от макроскопических характеристик состояния спин-системы, характеризует воздействие приложенного магнитного поля на спин-систему; $\chi_0(T)$ есть статическая восприимчивость при температуре T (в отличие от величины χ_0 из (1)—(3), которая есть $\chi_0(T_0)$). Характерным для упомянутой теории является предположение о том, что состояние спинсистемы полностью характеризуется, с макроскопической точки зрения, независимыми между собой величинами T, $\vec{H}$, $\vec{M}$, в соответствии с чем при данном $\vec{H}(t)$ необходимы уравнения движения для двух величин $\vec{M}(t)$ и $T(t)$, а не для одной только величины $\vec{M}(t)$, причем обе эти величины оказываются входящими в оба уравнения движения.

2. Сравним теперь систему уравнений (4), (5) с уравнениями (1), (2) и (3) для случая нормального парамагнетизма при $\vec{H}_0 = (0, 0, H_0)$ в приближении малой неравновесности — линеаризируя все уравнения относительно величин $\vartheta \equiv T - T_0$, $\vec{\eta} = \vec{H} - \vec{H}_0$, $\vec{\xi} \equiv \vec{M} = \vec{\chi}_0 H_0$, характеризующих отклонение парамагнитного тела от равновесия, соответствующего T_0, $\vec{H}_0$.

Из (4), (5) получаем

$$\dot{\xi}_x + \tau_s^{-1}\xi_x - \omega_0 \xi_y = \chi_0(\tau_s^{-1}\eta_x - \omega_0 \eta_y), \tag{6}$$

$$\dot{\xi}_y + \tau_s^{-1}\xi_y + \omega_0 \xi_x = \chi_0(\tau_s^{-1}\eta_y + \omega_0 \eta_x), \tag{7}$$

$$\dot{\varepsilon}_z + \tau_s^{-1}\varepsilon_z + \chi_0 H_0 T_0^{-1} \tau_s^{-1} \vartheta = \chi_0 \tau_s^{-1} \eta_z, \tag{8}$$

$$\dot{\vartheta} + (1 - F)^{-1} \tau_l^{-1} \vartheta - \chi_0^{-1} T_0 H_0^{-1} F (1 - F)^{-1} \dot{\varepsilon}_z = 0, \tag{9}$$

где $\omega_0 \equiv gH_0$, $F \equiv [1 + (H_i/H_0)^2]^{-1}$, $H_i \equiv (b/C)^{1/2}$, C — константа Кюри, b — константа магнитной теплоемкости, $\tau_l \equiv bT^{-2}(1 - F)^{-1}\alpha^{-1}$.

Уравнение (1) дает

$$\dot{\xi}_x + T_2^{-1}\xi_x - \Omega\xi_y = -\chi_0\Omega\eta_y, \tag{10}$$

$$\dot{\xi}_y + T_2^{-1}\xi_y + \Omega\xi_x = \chi_0\Omega\eta_x, \tag{11}$$

$$\dot{\xi}_z + T_1^{-1}\xi_z = 0 \tag{12}$$

с $\Omega \equiv \gamma H_0$. Уравнение (2) дает

$$\dot{\xi}_x + T'^{-1}\xi_x - \Omega\xi_y = \chi_0(T'^{-1}\eta_x - \Omega\eta_y), \tag{13}$$

$$\dot{\xi}_y + T'^{-1}\xi_y + \Omega\xi_x = \chi_0(T'^{-1}\eta_y + \Omega\eta_x), \tag{14}$$

$$\dot{\xi}_z + T'^{-1}\xi_z = \chi_0 T'^{-1}\eta_z, \tag{15}$$

а из уравнения (3) получается

$$\dot{\xi}_x + T_2^{-1}\xi_x - \Omega\xi_y = \chi_0(T_2^{-1}\eta_x - \Omega\eta_y), \tag{16}$$

$$\dot{\xi}_y + T_2^{-1}\xi_y + \Omega\xi_x = \chi_0(T_2^{-1}\eta_y + \Omega\eta_x), \tag{17}$$

$$\dot{\xi}_z + T_1^{-1}\xi_z = \chi_0 T_1^{-1}\eta_z. \tag{18}$$

Легко видеть, что ни одна из систем уравнений, получающихся в рассматриваемом приближении из (1), (2), (3), не дает правильного (с точки зрения упомянутой в (1) теории) закона изменения продольной составляющей магнитного момента; только в перпендикулярных полях ($\vec{\eta}\perp\vec{H}_0$) при $\tau_s \ll \tau_l$ для значений H_0 больших в смысле $H_0 \gg H_i$ уравнения (8) и (9) дают приближенно (12) с $T_1 = \tau_l$. Что касается поперечных составляющих, то соответствующие им уравнения, входящие в системы (13)—(15) и (16)—(18) и получающиеся из модифицированных уравнений Блоха, совпадают с правильными уравнениями при $g = \gamma$ и $T_2 = \tau_s$; уравнения же, входящие в систему (10)—(12), даваемую первоначальным уравнением Блоха, неправильны. Однако для H_0, больших в смысле $\tau_s\,\omega_0 \gg 1$, уравнения (6) и (7) (а значит (13) и (14) или (16) и (17)) приближенно переходят в (10) и (11).

3. При теоретическом обсуждении экспериментов по парамагнитному резонансу и релаксации величина $T(t)$, входящая в основные уравнения (4) и (5), сама по себе не нужна. В случае установившегося режима, когда все величины зависят от времени по закону $e^{i\omega t}$, величина $T(t)$ исключается сразу; так, система уравнений (6)—(9) принимает в этом случае следующий вид:

$$(1 + i\tau_s\omega)\xi_x - \tau_s\omega_0\xi_y = \chi_0(\eta_x - \tau_s\omega_0\eta_y), \tag{19}$$

$$(1 + i\tau_s\omega)\xi_y + \tau_s\omega_0\xi_x = \chi_0(\eta_y + \tau_s\omega_0\eta_x), \tag{20}$$

$$\{1 + i\tau_s\omega + i\tau_l\omega F[1 + i\tau_l\omega(1 - F)]^{-1}\}\xi_z = \chi_0\eta_z, \tag{21}$$

откуда легко получается тензор χ комплексной восприимчивости (см. (3)). Обсуждение же переходных процессов и экспериментов, выполненных при помощи импульсных методов, приводит к задачам с начальными условиями; для линейной системы уравнений (6)—(9) решение таких задач не представляет трудностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Bloch. Phys. Rev., 70, 460, 1946.
2. Дж. Пейк. Парамагнитный резонанс. «Мир», М., 1965.
3. И. Г. Шапошников. Радиоспектроскопия, 3, 129, 1966.